Ex. 2 (6pts)

$$f(x) = x^2 + x - \frac{1+\ln x}{x} \qquad D_f =]0;+\infty[$$

(A) 2,5

$$g(x) = 2x^3 + x^2 + \ln x \qquad D_g =]0;+\infty[$$

1) $\lim\limits_{+\infty} g = \lim\limits_{x\to+\infty} 2x^3+x^2+\ln x = +\infty$ car $\lim\limits_{x\to+\infty} 2x^3+x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$

0,25

2) $\lim\limits_{0^+} g = \lim\limits_{x\to0^+} 2x^3+x^2+\ln x = -\infty$ car $\lim\limits_{x\to0^+} 2x^3+x^2 = 0$ et $\lim\limits_{x\to0^+} \ln x = -\infty$

0,25

3) a) $g'(x) = 6x^2 + 2x + \frac{1}{x}$

0,5

b) $x \in]0;+\infty[$ donc $6x^2+2x+\frac{1}{x} > 0$ pour tout $x > 0$ 0,25

0,25

x	0	$+\infty$
g'	$+$	
g	$-\infty$ ↗	$+\infty$

c) g est dérivable donc continue et str croissante sur $]0;+\infty[$.
Donc g réalise une bijection de $]0;+\infty[$ sur $]-\infty;+\infty[$.
Et $0 \in]-\infty;+\infty[$. Donc il existe unique $\alpha \in]0;+\infty[$
tel que $g(\alpha) = 0$. 0,5

$g(0{,}54) \simeq -0{,}0097 < 0$
$g(0{,}55) \simeq 0{,}0374 > 0$ $\iff$ $0{,}54 < \alpha < 0{,}55$ c.q.f.d.

0,25

4)

x	0		α		$+\infty$
g	$-\infty$	↗	0	↗	$+\infty$
Signe de g		$-$	0	$+$	

0,25