

Ex. 2 (6pts)

$$f(x) = x^2 + x - \frac{1 + \ln x}{x} \quad D_f = ]0; +\infty[$$

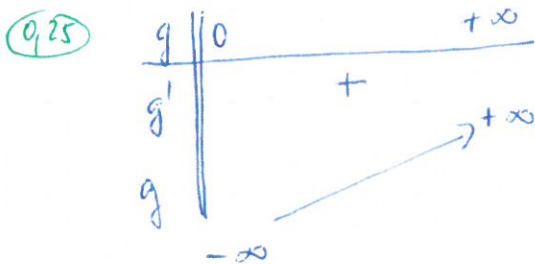
A  $\begin{matrix} 25 \\ 25 \end{matrix}$   $g(x) = 2x^3 + x^2 + \ln x \quad D_g = ]0; +\infty[$

1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^3 + x^2 + \ln x = +\infty$  car  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^3 + x^2 = +\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$

2)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g = \lim_{x \rightarrow 0^+} 2x^3 + x^2 + \ln x = -\infty$  car  $\lim_{x \rightarrow 0^+} 2x^3 + x^2 = 0$  et  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$

3) a)  $g'(x) = 6x^2 + 2x + \frac{1}{x}$

b)  $x \in ]0; +\infty[$  donc  $6x^2 + 2x + \frac{1}{x} > 0$  pour tout  $x > 0$



c)  $g$  est dérivable, donc continue et str croissante sur  $]0; +\infty[$ .  
 Donc  $g$  réalise une bijection de  $]0; +\infty[$  sur  $] -\infty; +\infty[$ .  
 Et  $0 \in ] -\infty; +\infty[$ . Donc il existe unique  $\alpha \in ]0; +\infty[$   
 tel que  $g(\alpha) = 0$ .

$$\left. \begin{matrix} g(0,54) \approx -0,0097 < 0 \\ g(0,55) \approx 0,0374 > 0 \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow 0,54 < \alpha < 0,55 \text{ (p.f.d.)}$$

