B

3,5

1) a) $\lim_{+\infty} f = \lim_{x\to+\infty} x^2+x-\frac{1+\ln x}{x} = \lim_{x\to+\infty} x^2+x-\frac{1}{x}-\frac{\ln x}{x} = +\infty$

0,5

car $\lim_{x\to+\infty} x^2+x=+\infty$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ (form)

b) $\lim_{0^+} f = \lim_{x\to 0^+} \underbrace{x^2+x}_{0}-\frac{1+\ln x}{\underbrace{x}_{0^+}} = +\infty$ car $\lim_{x\to 0^+} x^2+x=0$ et $\lim_{x\to 0^+} 1+\ln x=-\infty$

0,5

d'où il existe une asymptote verticale d'équation $x=0$ (l'axe des ordonnées)

2) a) $f'(x) = 2x+1-\frac{\frac{1}{x}\cdot x-(1+\ln x)\cdot 1}{x^2} = 2x+1-\frac{1-1-\ln x}{x^2} =$ 0,25

$= \frac{2x^3+x^2+\ln x}{x^2} = \frac{g(x)}{x^2}$ 0,25 c.q.f.d.

b)

0,5

x	0		α		$+\infty$
g		$-$	0	$+$	
x^2		$+$		$+$	
f'		$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

$f(\alpha) \cong 0,12$

3) $x_0=1$ $y_0=f(x_0)=1^2+1-\frac{1+\ln 1}{1}=1+1-1=1$ $T(1,1)$

0,5

$k=f'(x_0)=\frac{2\cdot 1^3+1^2+\ln 1}{1}=\frac{2+1}{1}=3$

t: $y=3x+q$

$T\in t$: $1=3+q \rightarrow q=-2$ $\underline{t: y=3x-2}$