

Jak předměty chladnou?

Mirek Kubera

Výstup RVP: žák načrtne grafy elementárních funkcí a určí jejich vlastnosti, využívá poznatky o funkcích při řešení rovnic a nerovnic, aplikuje vztahy mezi hodnotami exponenciálních, logaritmických a goniometrických funkcí a vztahy mezi těmito funkcemi, modeluje závislosti reálných dějů pomocí známých funkcí

Klíčová slova: exponenciální funkce, ochlazování, počáteční teplota, výsledná teplota

Laboratorní práce

Doba na přípravu:

5 min

Doba na provedení:

45 min

Obtížnost:

střední

- Úkol**
- 1) Změřte postupné ochlazování teploměru po jeho vynětí z horké lázně.
 - 2) Naměřená data modelujte a porovnejte s grafem exponenciální funkce.

Pomůcky Počítač s programem Logger Pro, teploměr USB Go!Temp, kádinka, teplá voda

Teoretický úvod Když před sebou máte horký nápoj, víte, že se bude postupně ochlazovat. Newtonův zákon o chladnutí nám poskytuje matematický model tohoto přenosu tepla. Tento zákon říká, že teplotní rozdíl mezi teplotou předmětu (teplota T) a teplotou jeho okolí (teplota $T_{\text{okolí}}$) klesá exponenciálně s časem.

$$T - T_{\text{okolí}} = T_0 \cdot e^{-kt}$$

V tomto vztahu T_0 označuje rozdíl počáteční teploty tělesa T a teploty okolí $T_{\text{okolí}}$ předmětu na začátku experimentu, k je kladná konstanta a t je čas.

V tomto experimentu změříte teplotu samotného teploměru po jeho vynětí z nádoby s horkou vodou. Naměřená data zkusíte modelovat různými matematickými funkcemi.

Vypracování Zapojte USB teploměr do počítače. Spusťte program Logger Pro. Vezměte kádinku nebo sklenici vody 45–55 °C teplé a vložte do ní čidlo USB teploměru na dobu přibližně 30 s, aby se prohřálo. Nemusíte proměřovat ochlazování vody ve sklenici, to by trvalo příliš dlouho. Postačí, když budete studovat ochlazování samotného teploměru.

Vyndejte teploměr z vody, položte ho na kraj stolu a okamžitě zahajte měření spuštěním **Sběru dat**. Měření bude trvat po dobu 180 s.

Po ukončení měření z grafu odečtete (**Odečet hodnot**) počáteční a konečnou teplotu teploměru. Konečná teplota by měla odpovídat teplotě prostředí (pokojová teplota) nebo být lehce nad ní. Hodnoty zapište do následující tabulky:

počáteční teplota (°C) ... t_1	
konečná teplota (°C) ... t_2	
rozdíl teplot: počáteční – konečná (°C) ... $T_0 = t_1 - t_2$	

Doplňte následující tabulku:

manuální proložení		
$T - T_{\text{okolí}} = T_0 \cdot e^{-kt}$	T_0	
	k	
	$T_{\text{okolí}}$	
automatické proložení		
$y = A \cdot \exp(-C \cdot x) + B$	A	
	C	
	B	

Jak předměty chladnou?

úloha
12

- Analýza dat**
- 1) Mohli bychom naměřená data proložit klesající exponenciální funkcí? Jak? Jinou funkcí než základní ve tvaru $y = A \cdot e^{-bx}$?
 - 2) Protože se v Newtonově modelu ochlazování hovoří o rozdílu teploty horkého tělesa a jeho okolí $T - T_{\text{okolí}} = T_0 \cdot e^{-kt}$, můžeme tuto rovnici přepsat na tvar $T = T_0 \cdot e^{-kt} + T_{\text{okolí}}$. Program Logger Pro obsahuje vlastní exponenciální proložení ve tvaru $y = A \cdot \exp(-C \cdot x) + B$. Porovnejte tento výraz s výrazem $T = T_0 \cdot e^{-kt} + T_{\text{okolí}}$ a určete, čemu jsou rovny konstanty A, B a C.
 - 3) Jestliže jste našli hodnoty počáteční a konečné (pokojové) teploty, můžete se pokusit proložit naměřená data odpovídající funkcí a nalézt hodnotu koeficientu k .
 - 4) Zvolte **Analýza** → **Proložit křivku...** Vyberte **Přirozenou exponenciálu** a **Manuální proložení**. Zadejte hodnoty koeficientů A a B. Hodnota B se bude blížit pokojové teplotě v místě experimentu. Zadání koeficientu C zkoušejte postupně tak dlouho, než proložená křivka bude pěkně procházet naměřenými daty.
 - 5) Rovnici proložené funkce napište a poté ji převedte do původního tvaru (Newtonův zákon).
 - 6) Tuto funkci můžete také zkusit proložit **Automaticky**. Odpovídá naměřeným datům?
 - 7) Jestliže $t = 0$ s, jaká je hodnota výrazu e^{-kt} ?
 - 8) Jestliže je t velmi velké, jaká je hodnota teplotního rozdílu $T - T_{\text{okolí}}$? Jaká je teplota měřená teploměrem v takovém okamžiku?
 - 9) Co musíte změnit v realizaci experimentu, jestliže chcete zmenšit hodnotu parametru k v dalším měření? Jakou veličinu představuje hodnota k ?
 - 10) Z rovnice proložené funkce určete čas, za který se teplotní čidlo ochladí na teplotu o 1 °C vyšší, než je pokojová teplota.
 - 11) Jestliže je počáteční rozdíl teplot poloviční proti předchozímu měření, bude také trvat polovinu času ochlazování na teplotu o 1 °C vyšší, než je teplota pokojová?