

Jen se tak trochu zhoupnout!

Mirek Kubera

Výstup RVP: žák využívá charakteristické vlastnosti kuželoseček k určení analytického vyjádření, z analytického vyjádření (z obecné nebo vrcholové rovnice) určí základní údaje kuželosečky

Klíčová slova: elipsa, průsečíky s osami, hlavní poloosa, vedlejší poloosa, rovnice elipsy

Laboratorní práce
Doba na přípravu:
5 min
Doba na provedení:
45 min
Obtížnost:
nízká

- Úkol**
- 1) Změřte závislost polohy a rychlosti na čase pro pohybující se kyvadlo.
 - 2) Vytvořte graf závislosti rychlosti na poloze kyvadla a určete rovnici elipsy, kterou jste takto vytvořili.

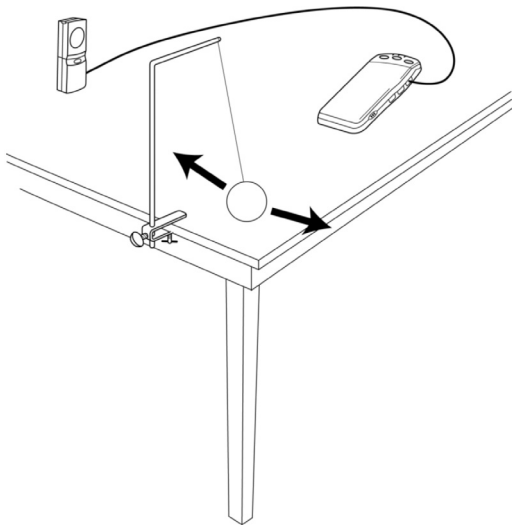
Pomůcky Počítač s programem Logger Pro, sonar Go!Motion, kyvadlo délky 80 cm, stojan, pravítko

Teoretický úvod Libovolná elipsa se středem v počátku souřadnic může být vyjádřena rovnicí

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ kde } a, b > 0 \text{ a } [x; y] \text{ jsou souřadnice bodů elipsy.}$$

Vzdálenosti a, b se nazývají hlavní poloosa a vedlejší poloosa elipsy.

Abychom mohli v programu Logger Pro vykreslit elipsu, musíme z této rovnice vyjádřit neznámou y . Po úpravě dostaneme $y = \pm b \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$. Tuto rovnici zadáme do počítače ve dvou částech, jeden výraz s kladným znaménkem (horní část elipsy) a druhý výraz se záporným znaménkem (spodní část elipsy).



- Vypracování**
- 1) Zavěste kyvadlo na pevný stativ a umístěte sonar Go!Motion přibližně do vzdálenosti 50 cm od rovnovážné polohy kyvadla.
 - 2) Zapojte sonar Go!Motion do počítače a spusťte program Logger Pro.
 - 3) Abychom umístili střed elipsy do počátku soustavy souřadnic, vynulujte sonar (**Experiment** → **Nulovat**), když je kyvadlo v rovnovážné poloze.
 - 4) Vychyľte kyvadlo přibližně 15 cm k sonaru a uvolněte ho bez počáteční rychlosti. Spusťte měření nastavené na 5 s.
 - 5) Jestliže jste vše dobře nastavili, získáte na obrazovce dvě sinusoidy. První z nich znázorňuje polohu kyvadla v závislosti na čase, druhá pak jeho rychlost opět v závislosti na čase. Tyto křivky jsou vůči sobě časově posunuté. Jestliže máte pochybnosti o správnosti naměřených dat, poraďte se se svým učitelem.
 - 6) Vytvořte graf závislosti rychlosti na vzdálenosti. Vyberte graf rychlosti na čase a kliknu-

Jen se tak trochu zhoupnout!

tím na označení osy času vyberte v nabídce **vzdálenost**. Dostanete grafické znázornění elipsy.

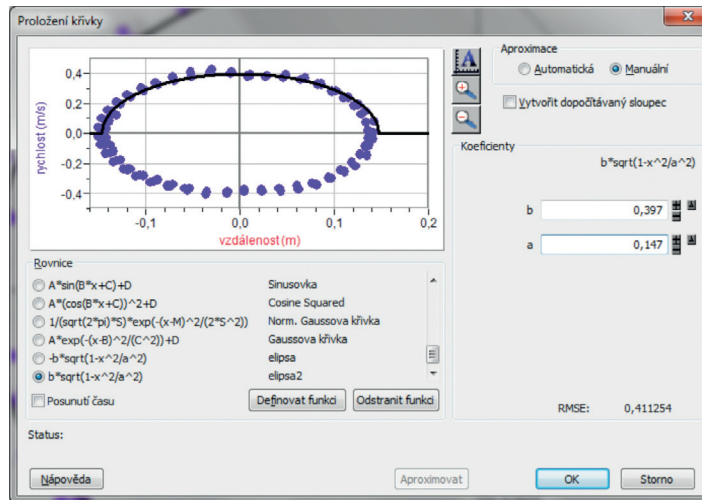
Analýza dat

- Zatímco závislost vzdálenosti a rychlosti na čase mají sinusový průběh, grafické znázornění rychlosti na vzdálenosti je eliptické. Abyste určili parametry vzniklé elipsy, musíte nejprve určit průměrné hodnoty průsečíků s osami. Jedním ze způsobů, jak to udělat, je vybrat **Analýza** → **Odečet hodnot** a umístit kurzor do míst průsečíků vzniklé elipsy s osami x a y . Tyto hodnoty zaokrouhlete na tisíciny. Zapište zjištěné hodnoty do tabulky.

první průsečík s osou x	druhý průsečík s osou x	a

první průsečík s osou y	druhý průsečík s osou y	b

- Vypočítejte průměr absolutních hodnot těchto průsečíků a zapište ho jako hodnotu hlavní a vedlejší poloosy a , b do tabulky.
- Zadejte předpis funkce vyjadřující horní polovinu elipsy. Vyberte **Analýza** → **Proložit křivku...** Program Logger Pro používá pro odmocninu výraz $\sqrt{\quad}$ ($\sqrt{\quad}$). Horní polovina elipsy je určena funkčním předpisem $b \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$, dolní polovina má záporné znaménko před stejným výrazem.



- Jak přesně vytvořené křivky procházejí naměřenými body?
- V jakém bodě pohybu kyvadla je jeho rychlost největší? Ve kterém bodě je rychlost kyvadla naopak nejmenší? Jak tyto polohy souvisí se souřadnicemi průsečíků elipsy a souřadných os x a y ?
- Jak se změní naměřená data, jestliže zvětšíte amplitudu (největší vzdálenost kyvadla od svislé polohy) jeho kmitů? Jak se tato změna promítne do hodnot konstant a a b , jestli vůbec?

Další úkoly Dokažte, jak algebraický výraz $y = \pm b \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$, který jste v této aktivitě použili, může být odvozen z rovnice elipsy $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.