

DUM č. 1 v sadě

13. Ma-1 Příprava k maturitě a PZ – algebra, logika, teorie množin, funkce, posloupnosti, řady, kombinatorika, pravděpodobnost

Autor: Jarmila Šimečková

Datum: 05.06.2013

Ročník: maturitní ročníky

Anotace DUMu: LOGIKA:shrnutí teorie o výrocích, operacích s výroky, negacích výroků, kontrola správnosti úsudků a soubor příkladů s výsledky na procvičení.

Materiály jsou určeny pro bezplatné používání pro potřeby výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název DUMu: Ma-1 Příprava k maturitě a PZ – algebra, logika, teorie množin, funkce, posloupnosti, řady, kombinatorika, pravděpodobnost

Autor: Jarmila Šimečková

Datum: 2.10.2012

Ročník: maturitní seminář 4.A, 4.B, 8.AV, 6.AF, 6.BF

Anotace DUMu: **LOGIKA:**shrnutí teorie o výrocích, operacích s výroky, negacích výroků, kontrola správnosti úsudků a soubor příkladů s výsledky na procvičení.

1. LOGIKA

Výrok je jazykový výraz (sdělení), o němž má po obsahové stránce smysl tvrdit, že je buď pravdivý nebo nepravdivý(nastává právě jedna z těchto možností). Je-li výrok pravdivý, říkáme též, že výrok platí. Je-li výrok nepravdivý, říká se také, že výrok neplatí.(pravdivostní hodnoty 1 nebo 0).

Příklady výroků: Venku prší. Strany čtverce jsou stejně dlouhé. Petr miluje Pavlu.

Příklady sdělení, které nejsou výroky: Buďte zticha! Kdy přijdeš? Nebe je číslo sudé.

Negace výroku

Negace výroku v je výrok: „Není pravda, že v “

Značíme ji $\neg v$

v	$\neg v$
0	1
1	0

Tabulka pravdivostních hodnot: pravda = 1, nepravda = 0.

Platí:- je-li výrok v pravdivý, je výrok $\neg v$ nepravdivý

- je-li výrok v nepravdivý, je výrok $\neg v$ pravdivý

- $\neg(\neg v) = v$

Negaci výroků tvoříme častěji bez použití výrazu: „není pravda, že“.

Např.:

- 8 je číslo sudé. Negace: 8 je číslo liché nebo nula.
- 8 je číslo záporné. Negace: 8 je číslo nezáporné.
- Venku prší. Negace: Venku neprší.

Negace jednoduchých kvantifikovaných výroků

jednoduchý kvantifikovaný výrok	jeho negace
Každý...je...	Alespoň jeden...není...
Alespoň jeden...je... Alespoň n ...je... ($n \in \mathbb{N}, n > 1$)	Žádný...není... Nejvýše $n-1$...je...
Nejvýše n ...je...	Alespoň $n+1$... je...
Právě jeden...je...	Žádný...není...nebo alespoň dva... jsou...
Právě n ...je...	Nejvýše $n-1$...je...nebo alespoň $n+1$...je...
Pro všechna $x \in D$ platí...	Existuje aspoň $x \in D$, pro které neplatí...
Existuje aspoň jedno $x \in D$, pro které platí...	Pro žádné $x \in D$ neplatí...

Základní složené výroky – negace výroku p ($\neg p$), konjunkce výroků p a q ($p \wedge q$), disjunkce výroků p, q ($p \vee q$), implikace výroku q výrokiem p ($p \Rightarrow q$), ekvivalence výroků ($p \Leftrightarrow q$).

Pravdivostní tabulky

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1

Místo symbolu $\neg p$ autoři často používají symbol p' .

Negace složených výroků

Složený výrok	Jeho negace
$p \wedge q$	$\neg p \vee \neg q$
$p \vee q$	$\neg p \wedge \neg q$
$p \Rightarrow q$ ($\neg p \vee q$)*	$p \wedge \neg q$
$p \Leftrightarrow q$ $((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p))$	$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$

* tzv obměna implikace

Tautologie = složený výrok, který je vždy pravdivý. (nepřesně řečeno)

Příklady:

1. Utvořte negace výroků :

- a) Číslo 13 je dělitelné 3
- b) $2 > 3$
- c) Rovnice nemá žádný reálný kořen
- d) Všichni studenti prospěli
- e) Aspoň jeden student byl výborně připraven
- f) Žádný bod neleží na dané přímce p
- g) Aspoň v jedné věci nejsou naše názory shodné
- h) Aspoň 5 žáků má vyznamenání
- i) Každý den vstávám v 7 hodin
- j) Žádný den nejdu s chutí do školy
- k) Právě 3 studenti dnes zaspali

Výsledky:

- a) Číslo 13 není dělitelné 3
- b) $2 \leq 3$
- c) Rovnice má aspoň jeden reálný kořen
- d) Aspoň jeden student neprospěl
- e) Žádný student nebyl výborně připraven
- f) Aspoň jeden bod leží na dané přímce p
- g) Ve všech věcech jsou naše názory shodné
- h) Nejvýše 4 žáci mají vyznamenání
- i) Aspoň 4 žáci mají dvojku z chování
- j) Aspoň 1 den nevstávám v 7 hodin
- k) Aspoň 1 den jdu s chutí do školy
- l) Zaspali nejvýše dva nebo alespoň 4 studenti

2. Vyjádřete negace složených výroků:

- a) Napiji se kávy nebo čaje
- b) Nejsem žíznivý ani hladový
- c) Bude-li k dostání čerstvé ovoce, nekoupím kompot
- d) Koupím salám právě tehdy když nebude šunka
- e) Nevezmu si Zdeňka ani Marka
- f) Koupím si jachtu právě tehdy když vyhraji ve Sportce
- g) Pokud budu doma vymaluji kuchyň
- h) Dám si salát nebo palačinky

Výsledky:

- a) Nenapiji se kávy ani čaje
- b) Jsem žíznivý nebo hladový
- c) Bude k dostání čerstvé ovoce a koupím kompot
- d) Buď bude šunka a koupím salám nebo nebude šunka a nekoupím salám
- e) Vezmu si Zdeňka nebo Marka
- f) Koupím si jachtu a nevyhraji ve Sportce nebo si ji nekoupím a ve Sportce vyhraji
- g) Budu doma a kuchyň nevymaluju
- h) Nedám si salát ani palačinky

3. Jak zní správně negace věty “Budu hodný nebo budu zlý” ?

- a) Nebudu hodný a nebudu zlý
- b) Budu poslušný a nebudu zlý
- c) Jestliže nebudu hodný, pak nebudu zlý
- d) Nebudu poslušný a nebudu zlý
- e) Nebudu hodný nebo nebudu zlý

Výsledek: a)

4. Vyberte negaci věty “Jestliže nemá rád pořádek, je špindíra.”

- a) Má rád pořádek a je špindíra
- b) Nemá rád pořádek a není špindíra
- c) Má rád pořádek ani není špindíra
- d) Jestliže máš rád pořádek, nejsi špindíra
- e) Má rád pořádek nebo není špindíra

Výsledek: b)

5. Třída 1. A se měla sejít v 15:00 u kulturního domu. Ve 14:55 bylo známo:

- a) Jestli Karel nepřijde, nepřijde ani Josef
- b) Marie nepřijde bez Heleny
- c) Eva přijde právě tehdy když Iva přijde, jinak ne
- d) Tomáš přijde i s Petrem
- e) Někdo z dvojce Jan, Pavel přijde
- f) Nikdo z dvojce Káťa, Emil nepřijde
- g) Přijde právě jeden z dvojce Petr, Milan

Vyjádřete výroky a) – g) pomocí logických spojek.

Výsledky:

- a) $\neg K \Rightarrow \neg J$ b) $M \Rightarrow H$ c) $E \Leftrightarrow I$ d) $T \wedge P$ e) $J \vee P$ f) $\neg K \wedge \neg E$
- g) $(P \wedge \neg M) \vee (\neg P \wedge M)$ nebo $P \Leftrightarrow M$

6.(VŠE) Určete, zda daný složený výrok je tautologií:

- a) $(A \wedge \neg B) \Rightarrow A$
- b) $\neg(A \Leftrightarrow B) \wedge (\neg A \vee B)$
- c) $A \wedge (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \wedge C$
- d) $\neg(A \wedge B) \Rightarrow (A \vee B)$
- e) $[A \Rightarrow (B \vee C)] \Leftrightarrow [(A \Rightarrow B) \vee (A \Rightarrow C)]$

Výsledky:

- a) ano b) ne c) ano d) ne e) ano

7. Vystoupení umělců A,B,C v estrádním pořadu je vázáno těmito podmínkami :

Vystoupí A nebo nevystoupí B. Když nevystoupí C, pak nevystoupí A a vystoupí B. Jestliže není pravda, že vystoupí A nebo C, pak určitě vystoupí B.

Rozhodněte, zda jsou za těchto podmínek správné úsudky.

- a) Vystoupí-li B, pak vystoupí A i C
- b) Jestliže vystoupí C a nevystoupí B, pak vystoupí A
- c) Když nevystoupí A ani B, vystoupí C
- d) Vystoupí A i C a přitom B nevystoupí

Výsledky:

Zápis podmínek: $A \vee \neg B, C \Rightarrow (\neg A \wedge B), \neg(A \vee B) \Rightarrow B$

- a) ano b) ne c) ano d) ne

8. Někdo z žáků A, B, C rozbil okno

Bylo zjištěno :

- a) U okna nebyl žák A, nebo tam nebyl B
- b) Když u okna nebyl B nebyl tam ani A
- c) Žák C byl u okna právě tehdy když tam byl A

Je možno určit pachatele, byl-li jeden?

Výsledky: Zápis podmínek: $\neg A \vee \neg B, \neg B \Rightarrow \neg A, C \Leftrightarrow A$

Ano, byl to B

9. Jana si byla vybrat dárek k narozeninám

1. teta: doporučuji brož nebo korále

2. teta: vezmi si náramek nebo brož

matka: jsem pro náramek nebo korále

babička: brož si vezmi jen tehdy, když si vezmeš korále

Mohla splnit všechny podmínky? Musela si vzít všechny doplňky?

Výsledky: Podmínky: $B \vee K, N \vee B, N \vee K, N \Leftrightarrow K$

Mohla splnit všechny podmínky, i když si nevezala vše

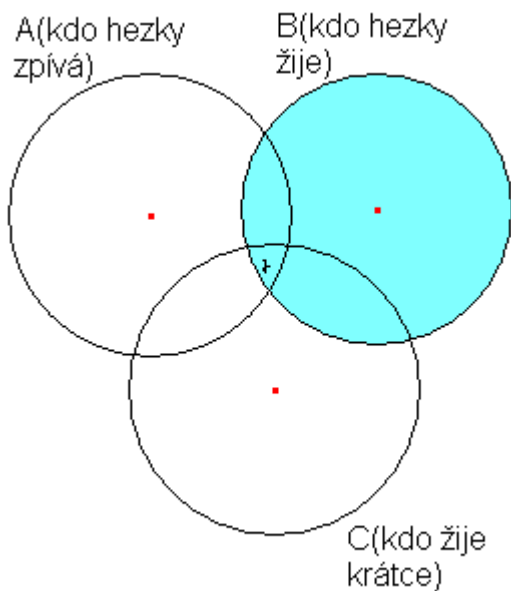
10.(MUNI) Který ze závěrů je jediný správný, vycházíme-li z následujících premis?

P1: Kdo hezky zpívá, hezky i žije

P2: Někdo hezky zpívá a žije krátce

- a) Někdo hezky nezpívá a žije dlouze
- b) Kdo žije krátce, žije hezky
- c) Kdo nemá rád život, nezpívá si
- d) Někdo žije krátce a zároveň žije hezky
- e) Někdo žije krátce a nežije hezky

Řešení: Použijeme Vennovy diagramy



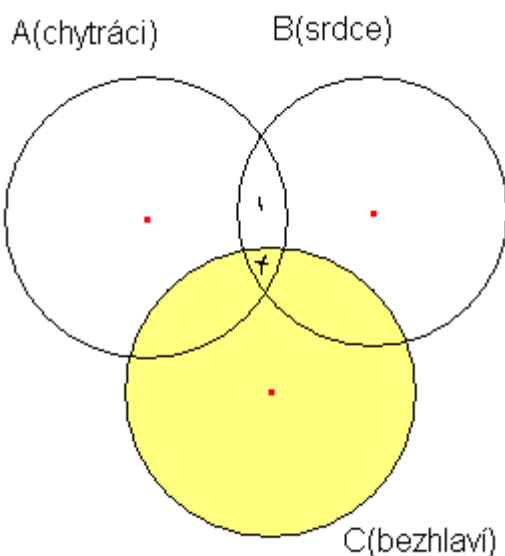
Výsledek: d)

11. (MUNI) Který závěr vyplývá z těchto premis?

Někteří chytráci mají srdce

Všichni chytráci jsou bezhlaví

- a) Všichni z těch, kteří mají srdce, jsou bezhlaví
- b) Všichni bezhlaví lidé mají srdce
- c) Někteří z těch, kteří mají srdce, nikdy nezmoudří
- d) Někteří bezhlaví mají srdce
- e) Někteří chytráci jsou srdnatí



Výsledek: d)

Literatura: Sbíрка příkladů z matematiky k přijímacím zkouškám na VŠE, autoři: Marta Rosická a Lada Eliášová, ISBN 80-86119-62-9