

DUM č. 7 v sadě

13. Ma-1 Příprava k maturitě a PZ – algebra, logika, teorie množin, funkce, posloupnosti, řady, kombinatorika, pravděpodobnost

Autor: Jarmila Šimečková

Datum: 05.06.2013

Ročník: maturitní ročníky

Anotace DUMu: Funkce - mocninné funkce, jejich grafy, pravidla pro počítání s mocninami, vzorce, příklady na procvičení s výsledky

Materiály jsou určeny pro bezplatné používání pro potřeby výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název DUMu: Ma-1 Příprava k maturitě a PZ – algebra, logika, teorie množin, funkce, posloupnosti, řady, kombinatorika, pravděpodobnost

Autor: Jarmila Šimečková

Datum: 11.12.2012

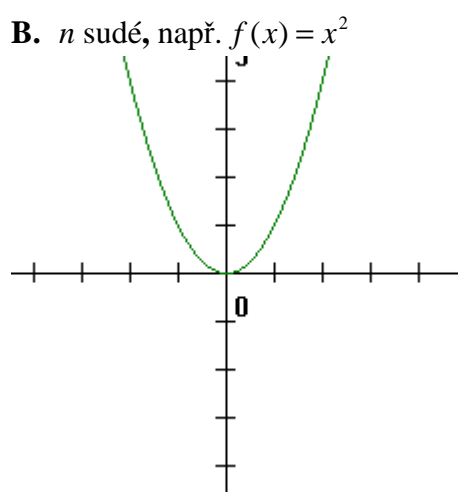
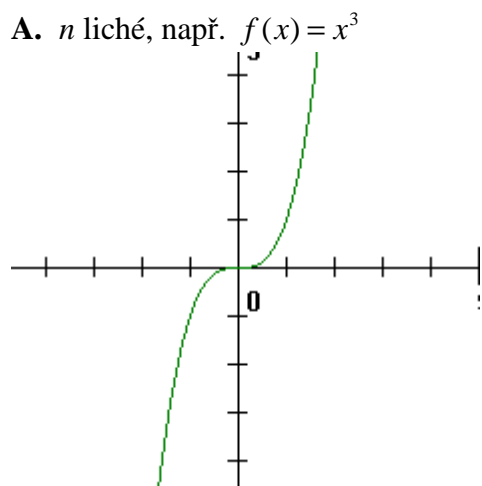
Ročník: maturitní seminář 4.A, 4.B, 8.AV, 6.AF, 6.BF

Anotace DUMu: Funkce - mocninné funkce, jejich grafy, pravidla pro počítání s mocninami, vzorce, příklady na procvičení s výsledky

7. Funkce – mocninné funkce, úpravy výrazů s mocninami

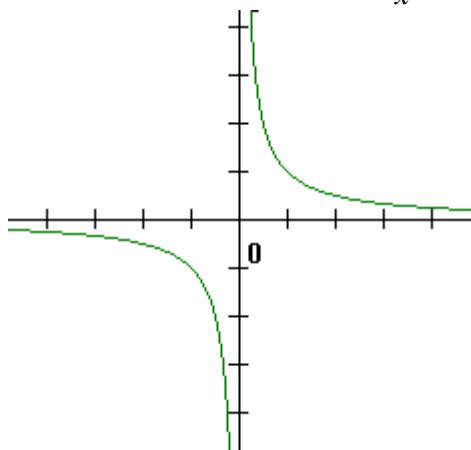
Mocninné funkce

1. $f(x) = x^n; n \in \mathbb{N}$

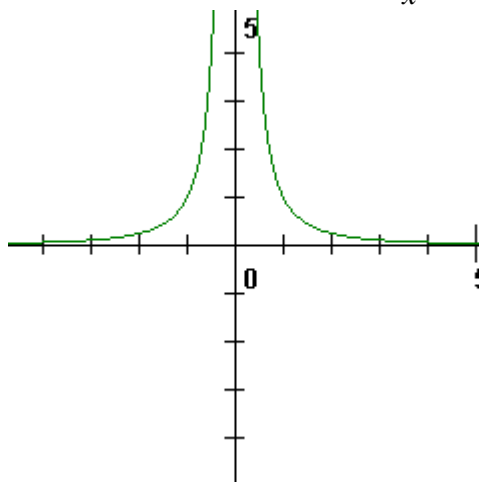


2. $f(x) = x^{-n}; n \in \mathbb{N}$

A. n liché, např. $f(x) = x^{-1} = \frac{1}{x}$



B. n sudé, např. $f(x) = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$



Vzorce pro počítání s mocninami: ($a, b \in \mathbb{R}; r, s \in \mathbb{N}$)

$$a^r \times a^s = a^{r+s}$$

$$a^r \div a^s = a^{r-s}; (a \neq 0; r > s)$$

$$(a^r)^s = a^{r \times s}$$

$$(a \times b)^r = a^r \times b^r$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}; (b \neq 0)$$

$$a^0 = 1; (a \in \mathbb{R} - \{0\})$$

$$a^{-r} = \frac{1}{a^r}; (a \neq 0)$$

Vzorce:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Příklady:

1) Načrtněte grafy mocninných funkcí, určete D_f a H_f

a. $f(x) = (x-1)^4$

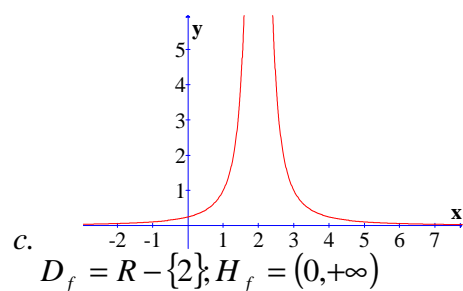
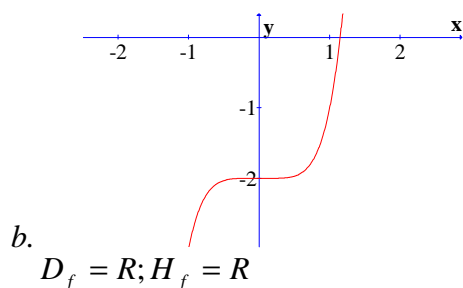
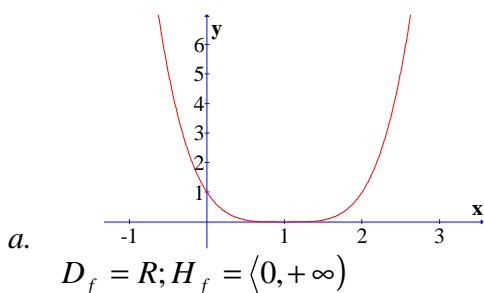
b. $f(x) = x^5 - 2$

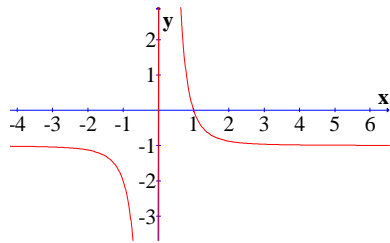
c. $f(x) = (x-2)^{-2}$

d. $f(x) = x^{-3} - 1$

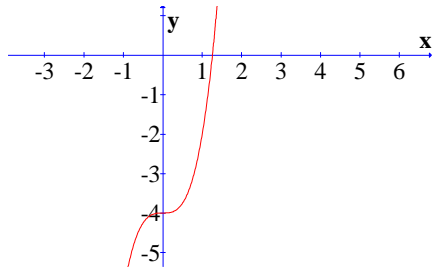
e. $f(x) = 2x^3 - 4$

f. $f(x) = -x^{-4} + 2$

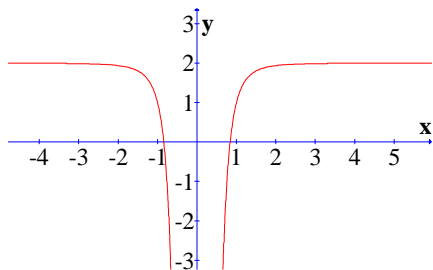




d. $D_f = \mathbb{R} - \{0\}; H_f = \mathbb{R} - \{-1\}$



e. $D_f = \mathbb{R}; H_f = \mathbb{R}$



f. $D_f = \mathbb{R} - \{0\}; H_f = (-\infty; 2)$

2) Zjednodušte(MZLU):

a) $\left[(-x)^{-2n} : (-x)^{-2n-1} \right]^2 \cdot \left[(-x)^{2n+1} \cdot (-x)^{-2n+1} \right]^{-3}$

b) $\left(\frac{x^{-2}y^2z^{-2}}{x^0y^{-8}} \right)^{-2} : \frac{x^2z^3}{x^{-4}y^7}$

c) $\frac{m^3 + 216}{5m - 30} : \left(m + \frac{36}{m-6} \right)$

$$d) \frac{\frac{m}{3} + \frac{27}{m} + 3}{\frac{m}{9} - \frac{81}{m^2}}$$

$$e) \frac{\frac{a^2}{2} + \frac{32}{a}}{\frac{a}{4} + \frac{4}{a} - 1}$$

$$f) \left(1 + \frac{a}{1+a}\right) : \left(1 - \frac{3a^2}{1-a^2}\right)$$

$$g) \left(v + \frac{u-v}{1+uv}\right) : \left(1 - \frac{v(u-v)}{1+uv}\right)$$

Výsledky:

$$a) \frac{1}{x^8} \quad b) \frac{z}{x^2 y^{13}} \quad c) \frac{1}{5}(m+6)$$

$$d) \frac{3m}{m-9} \quad e) 2(a+4) \quad f) \frac{1-a}{1-2a} \quad g) u$$

3. (VŠE) Zjednodušte výrazy a určete, pro jaké hodnoty proměnných mají smysl:

$$a) \frac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}{1 - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}} \div \frac{(1-b)^2}{2b^2 - b^3 - b} \quad a) 2a, a \neq \pm b \wedge b \neq 0 \wedge b \neq -1$$

$$b) \left[\left(\frac{n+2}{n-2} \right)^3 \div \frac{n^3 + 4n^2 + 4n}{3n^2 - 12n + 12} \right] \cdot \frac{n}{3} \quad b) \frac{n+2}{n-2}, n \neq 0 \wedge n \neq \pm 2$$

$$c) \frac{6x-3}{2x+2} \cdot \left[\frac{2x}{1-4x+4x^2} - \frac{4x^2+2x}{8x^3-1} \right] \quad c) \frac{6x}{8x^3-1}, x \neq -1 \wedge x \neq \frac{1}{2}$$

Literatura:

1) Sbíрка příkladů z matematiky k přijímacím zkouškám na VŠE, autoři: Marta Rosická a Lada Eliášová, ISBN 80-86119-62-9

2) Matematika – příklady pro přijímací zkoušky, RNDr. Petr Rádl a kolektiv, ISBN 80-7157-625-5