DUM č. 14 v sadě

13. Ma-1 Příprava k maturitě a PZ – algebra, logika, teorie množin, funkce, posloupnosti, řady, kombinatorika, pravděpodobnost

Autor: Jarmila Šimečková

Datum: 23.01.2014

Ročník: maturitní ročníky

Anotace DUMu: Postup řešení linaárních rovnic s parametrem, sada úloh s výsledky na procvičení

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

<u>Název DUMu</u>**: Ma-1 Příprava k maturitě a PZ – algebra, logika, teorie množin, funkce, posloupnosti, řady, kombinatorika, pravdepodobnost**
<u>Autor</u>: Jarmila Šimečková
<u>Datum</u>: 15.11.2013
<u>Ročník</u>: maturitní seminář 4.A, 4.B, 8.AV, 6.AF, 6.BF
<u>Anotace DUMu</u>: Rovnice s parametrem- řešení lineární rovnice s parametrem, soustavy lineárních rovnic s parametrem, sada úloh s výsledky

<u>14.Rovnice s parametrem- lineární rovnice a soustavy lineárních rovnic s parametrem</u>

Kromě neznámých mohou rovnice (soustavy r.) obsahovat další proměnné, jimž se říká parametry. Značí se a, b, p apod.

Rovnice (soustavy r.) s parametry představuje zápis množiny všech rovnic (soustav r.), které získáme dosazením konstant za každý z parametrů dané číselné množiny (oboru parametru).
Příkladem je rovnice $ax = b$ s neznámou $x \in R$ a s parametry $a, b \in R$.

Řešit rovnici (soustavu r.) s parametry znamená určit její kořeny v závislosti na přípustných hodnotách parametrů.

Postup při hledání <u>úplné diskuze řešení dané</u> rovnice vzhledem k paramteru:

Lineární rovnice

a) Určit podmínky pro parametr a proměnnou.
b) Upravit na základní tvar $ax = b$.
c) Dořešit případy $a = 0; a \neq 0$
d) Dořešit podmínky pro x

<u>Příklady:</u>

1)Řešte rovnice s reálným parametrem pro neznámou x:
VŠE

a) $(x+2)\cdot(m-1) = 3mx$

b) $\frac{5x-2}{m-3}$ - $\frac{2}{3}x = 4$

c) $m^2 x = m(x+2) - 2$

d) $\frac{b(x+2) - 3(x-1)}{x+1} = 1$

e) $\frac{x}{5} - 1 = \frac{1-3x}{b+2}$

f) $\frac{5}{2x-b} = \frac{3}{4-bx}$

g) $\frac{2-a}{a}=\frac{2}{x-1}$

h) $x-\frac{2}{a^3}=\frac{1}{a^2}(4x+1)$

i) $\frac{x-a}{b}+\frac{x-b}{a}=2$

j) $\frac{(c+1)^2}{4}=c(1-x+cx)$

k) $(x+3)\cdot(1-c^2)=x+xc^3$

Výsledky:

a) pro $m=-\frac{1}{2}$ nemá řešení

pro $m\neq-\frac{1}{2}$ je $x=\frac{2(m-1)}{2m+1}$

b) pro *m = 3* nemá smysl,pro $m=\frac{21}{2}$ nemá řešení,pro $m\neq\frac{21}{2}$ a $m\neq3$ je $x=\frac{12m-30}{21-2m}$

c) pro *m = 0* nemá řešení,pro *m = 1* existuje nekonečně mnoho řešení,pro $m\neq0$ a $m\neq1$ je $x=\frac{2}{m}$

d) pro *b = 4* nebo *b = - 6* nemá řešení,pro $b\neq4$ a $b\neq-6$ je x = $\frac{2(b+1)}{4-b}$

e) pro *b = - 2* nemá smysl, pro *b = - 17* nemá řešení,pro $b\neq-17$ a $b\neq-2$ je $x=\frac{15+5b}{b+17}$

f) pro $b=-\frac{6}{5}$ nebo $b=\pm2\sqrt{2}$ nemá řešení,pro $b\neq-\frac{6}{5}$ a $b\neq\pm2\sqrt{2}$ je $x=\frac{20+3b}{6+5b}$

g) pro *a = 0* nemá smysl,pro *a = 2* nemá řešení,pro $a\neq0$ a $a\neq2$ je $x=\frac{a+2}{2-a}$

h) pro *a = 0* nemá smysl,pro *a = 2* nemá řešení,pro *a = - 2* existuje nekonečně mnoho řešení,pro $a\neq0$, $a\neq2$ a $a\neq-2$ je $x=\frac{1}{a(a-2)}$

i) pro $a\neq-b$ je x = a + b,pro *a = 0,b = 0* nemá smysl,pro *a = - b* existuje nekonečně mnoho řešení

2)(VŠE)

Pro které hodnoty parametrů má rovnice s neznámou x předepsaný kořen:

a) $\frac{2a}{x}-\frac{a-2}{3}=\frac{5}{x}$, x > 0

b) $\frac{3x+4a}{3a}+\frac{2x}{6}=1$, x > 5

c) $k(2x+3)=(k+2)\cdot(k+x),\quad x\neq0$

d) $k(x+2)=(2x+k)\cdot(k+2)-9$, $x\neq0$

e) $2ax+1=ax+4x-2a$, x > 0

f) $\frac{x+4}{2}-\frac{ax-3}{4}=\frac{x+3a}{3}$, x > 0

Výsledky:

a) $a \in (-\infty,2) \cup (\frac{5}{2},+\infty)$

b) $a \in$ $(-3,-\frac{5}{2})$

c) $k \neq 0,1,2$

d) $k \neq -4,-3,3$

e) $a \in$ $(-\frac{1}{2},4)$

f) $a \in$ $(\frac{2}{3},\frac{11}{4})$

3)(VŠE)

Určete všechny hodnoty koeficientu a,pro které má rovnice $\frac{a(x+2)-3(x-1)}{x+1}=1$

a) kladné řešení
b) záporné řešení
c) žádné řešení

Výsledky:
a)–1 < a < 4
b) $(-\infty,-6) \cup (-6,-1) \cup (4,+\infty)$
c) a = 4 , a = -6

4)(VŠE)

Najděte všechny hodnoty parametru a,pro které má rovnice $\frac{2a}{x}-\frac{a-2}{3}=\frac{5}{x}$ kladné řešení.

Výsledek: $(-\infty,2) \cup (\frac{5}{2},+\infty)$

5) Řešte soustavu rovnic s neznámými x,y a proveďte diskusi vzhledem k parametru:

$$a)\begin{cases} x+(p-1)y=1 \\ (p+1)x+3y=-1 \end{cases}$$

$$b)\begin{cases} 3x+2py=1 \\ (3p-1)x-py=1 \end{cases}$$

$$c)\begin{cases} 2x-y=4 \\ x+3y=a \end{cases}$$

$$d)\begin{cases} 3x-4y=6 \\ px-8y=2p \end{cases}$$

Výsledek:

a) pro $p \neq -2$ a $p \neq -2$ jediné řešení $\left[\frac{1}{2-p}, \frac{1}{p-2}\right]$

pro $p = 2$ neexistuje řešení

pro $p = -2$ nekonečně mnoho řešení $\left[1+3y, y\right]$

b) pro $p \neq 0$ a $p \neq -\frac{1}{6}$ jediné řešení $\left[\frac{3}{6p+1}, \frac{3p-4}{p(6p+1)}\right]$

pro $p = 0$ nebo $p = -\frac{1}{6}$ neexistuje řešení

c) pro každé $a \in R$ jediné řešení $\left[\frac{a+12}{7}, \frac{2a-4}{7}\right]$

d) pro $p \neq 6$ jediné řešení $\left[2{,}0\right]$, pro $p = 6$ nekonečně mnoho řešení $\left[x, \frac{3x-6}{4}\right]$

6.(VŠE) Najděte všechny hodnoty parametru c, pro které nemá soustava rovnic žádné řešení.

$$\begin{cases} -4x + cy = 1 + c \\ (6+c)x + 2y = 3 + c \end{cases}$$

Výsledek: c=-4

7. (VŠE)Najděte všechny hodnoty reálného parametru a, pro které má soustava řešení splňující podmínku x – y < 2.

$$\begin{cases} (a+1)x - ay = 4 \\ 3x - 5y = a \end{cases}$$

Výsledek: $a \in \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right) \cup \left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$

8. (VŠE) Určete parametr a tak, aby soustava měla oba kořeny záporné!

a) $\begin{cases} 3x - 6y = 1 \\ 5x - ay = 2 \end{cases}$ *Výsledek*: a) a $\in$ (10, 12)

b) $\begin{cases} 3x + 4y = 40 \\ 4x - 3y = a \end{cases}$ b) neexistuje

9. (VŠE) Určete parametr *m* tak, aby soustava měla řešení v daném kvadrantu.

a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - 3y = m \end{cases}$ I. Kvadrant

b) $\begin{cases} x + 2y = m \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ II. Kvadrant

Výsledky:

a) $\langle -6; 4 \rangle$

b) $\left\langle 2; +\infty \right)$

c) $\begin{cases} 2x + 3y = m \\ x - y = 1 \end{cases}$ III. Kvadrant

c) $\left(-\infty; -3\right\rangle$

d) $\begin{cases} x + 2y = m \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ IV. Kvadrant

d) $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right\rangle$

Literatura:

Sbírka příkladů z matematiky k přijímacím zkouškám na VŠE, autoři: Marta Rosická a Lada Eliášová, ISBN 80-86119-62-9