

Devoir 4 Géométrie analytique - équations de droite

Ex. 1: A(-2; 5) B(-7; 1)

a) réduite: $y = ax + b$

$$\begin{aligned} 5 &= 2a + b & -1 &= -7a + b \\ b &= 5 - 2a & -1 &= -7a + 5 - 2a \\ b &= 5 + \frac{12}{5} & 5a &= 6 \quad | :5 \\ \underline{b} &= \underline{\frac{37}{5}} & \underline{a} &= \underline{\frac{6}{5}} \end{aligned}$$

$$\underline{y = \frac{6}{5}x + \frac{37}{5}}$$

cartésienne:

I $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}$ A(-2; 5) M(x; y) $\begin{pmatrix} x+2 \\ y-5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix} = 6x+12-5y+25 = 6x-5y+37=0$

II $\overrightarrow{w}(-b; a) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}$ $6x-5y+c=0$
 $\overrightarrow{n}(a; b)$ (A): $-12-25+c=0$
 $c=37$

$$\Rightarrow \underline{6x-5y+37=0}$$

cartésienne:

b) (d) \perp (AB)
 $c \in d$
 $C(5; -1)$

$$d = \overrightarrow{n} \text{ de } (AB)$$

$$\overrightarrow{n}(a; b)$$

$$\overrightarrow{n}(6; -5) = \overrightarrow{u} \text{ de } (d) \Rightarrow \overrightarrow{u}(6; -5)$$

$$-5x - 6y + c = 0$$

$$(C): -25 + 6 + c = 0$$

$$c = 19$$

$$\Rightarrow \underline{-5x - 6y + 19 = 0}$$

réduite: $-5x - 6y + 19 = 0$

$$-6y = -19 + 5x \quad | :(-6)$$

$$\underline{y = -\frac{5}{6}x + \frac{19}{6}}$$

c) Équation de la médiatrice du segment [AB]

le vecteur directeur de la médiatrice du segment [AB] est le vecteur normal de [AB]

$$\overrightarrow{u}_{\text{médiatrice}} = \overrightarrow{n}_{[AB]}(6; -5)$$

$$\overrightarrow{u}(-b; a) \Rightarrow -5x - 6y + c = 0$$

la médiatrice passe par le milieu du segment [AB]

$$\rightarrow I = \frac{(-9; 4)}{2} = \left(-\frac{9}{2}; 2\right)$$

$$(I): \frac{45}{2} - 12 + c = 0$$

$$c = -\frac{45+24}{2} = -\frac{21}{2}$$

$$-5x - 6y - \frac{21}{2} = 0 \quad | \cdot (-2)$$

$$\underline{10x + 12y + 21 = 0} \quad \text{cartésienne}$$

réduite:

$$10x + 12y + 21 = 0$$

$$12y = -10x - 21 \quad | :12$$

$$\underline{y = -\frac{5}{6}x - \frac{7}{4}}$$

Ex: 2] $\vec{u}(3;5)$ $A(-7;1) \in (p)$

cartésienne:

$$\vec{u}(-b; a) \Rightarrow 5x - 3y + c = 0$$

$$(A): -35 - 3 + c = 0$$

$$c = 38$$

$$\underline{\underline{5x - 3y + 38 = 0}}$$

réduite: $5x - 3y + 38 = 0$

$$3y = 38 + 5x \quad | :3$$

$$\underline{\underline{y = \frac{5}{3}x + \frac{38}{3}}}$$

Ex: 3] (d) la droite d'équation $2x - y + 1 = 0$

a) $A(1;3), B(-2;5), C(-3;-5) \in (d)$?

$$A: 2 \cdot 1 - 3 + 1 = 0$$

$$2 - 3 + 1 = 0$$

$$0 = 0$$

$A \in (d)$

$$B: 2 \cdot (-2) - 5 + 1 = 0$$

$$-4 - 5 + 1 = 0$$

$$-8 \neq 0$$

$B \notin (d)$

$$C: 2 \cdot (-3) + 5 + 1 = 0$$

$$-6 + 6 = 0$$

$$0 = 0$$

$C \in (d)$

b) avec l'axe des abscisses: $y = 0$

$$2x + 1 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad \underline{\underline{P_1(-\frac{1}{2}; 0)}}$$

avec l'axe des ordonnées: $x = 0$

$$-y + 1 = 0$$

$$y = 1 \quad \underline{\underline{P_2(0; 1)}}$$

Ex: 4] $A(2; -5), B(-1; -2), C(8; -11)$

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} \begin{pmatrix} 9 \\ -9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3 \times 9 \\ 3 \times -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -27 \\ -27 \end{pmatrix} = -27 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = -27 \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ -9 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \text{les points sont alignés}$$

Ex: 5] (d) $\parallel (p)$

$$(p): 5x - y + 3 = 0$$

$$D(-2; 0) \in (d)$$

$$\vec{u}_d = \vec{u}_p$$

$$\vec{u}_p(1; 5)$$

$$\longrightarrow 5x - y + c = 0$$

$$(D): -10 \neq c = 0$$

$$c = 10$$

$$\underline{\underline{5x - y + 10 = 0}}$$

Ex: 6] $(P_1): 3x - 2y + 1 = 0$

$$(P_2): -9x + 6y - 3 = 0$$

$$(P_3): 6x - 4y - 5 = 0$$

$$(P_4): x + 2y + 5 = 0$$

a) (P_1) et (P_2)

$$(P_1) \quad 3x - 2y + 1 = 0 \quad | \cdot 3$$

$$-9x + 6y - 3 = 0 \quad \rightarrow (P_2)$$

\Rightarrow les deux sont confondues

b) (P_1) et (P_3)

$$\vec{u}_{P_1}(2; 3)$$

$$\vec{u}_{P_3}(3; 6)$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} = 12 - 12 = 0$$

\Rightarrow droites strictement parallèles

point A: $(0; y) \in (P_1) \quad 0 - 2y + 1 = 0$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$(P_3): -2 - 5 \neq 0$$

c) (P_1) et (P_4)

$$\vec{u}_{P_1}(2; 3)$$

$$\vec{u}_{P_4}(-2; 1)$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = 2 + 6 \neq 0 \Rightarrow \text{droites sécantes avec le point d'intersection}$$

$P(-\frac{3}{2}; -\frac{7}{4})$

$$3x - 2y + 1 = 0$$

$$x = \frac{2}{3}y - \frac{1}{3}$$

$$x = -\frac{2}{3}y - \frac{1}{3}$$

$$x = -\frac{2}{3}y - \frac{1}{3}$$

$$x + 2y + 5 = 0$$

$$\frac{2}{3}y - \frac{1}{3} + 2y + 5 = 0$$

$$\frac{8}{3}y = -\frac{14}{3}$$

$$y = -\frac{7}{4}$$

$$P(-\frac{3}{2}; -\frac{7}{4})$$