Devoir 8:

Partie A: un autre type d'exercices sur le cercle:

Ex.1: Ecrire l'équation canonique du cercle de diamètre $[AB]$,

a) $A(2;3)\ et\ B(-1;0)$

b) $A(-5;4)\ et\ B(-1;-5)$

Conseil: le centre du cercle est le milieu du segment AB, le rayon du cercle est égal à un demi de la longueur du segment AB.

Résultats: a) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{2}$ b) $(x+3)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{97}{4}$

Ex.2: Ecrire l'équation canonique du cercle passant par les points A,B et C, $A(-1;3), B(0;2), C(-1;1)$.

Conseil: Premièrement il faut calculer les coordonnées du centre S = le centre du cercle circonscrit au triangle ABC = le point d'intersection des médiatrices des côtés, puis déterminer la valeur du rayon = la longueur du segment SA ou SB ou SC.

Résultat: $(x+1)^2+(y-2)^2=1$

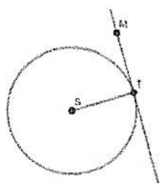
Partie B: tangente au cercle au point de contacte T(application du produit scalaire)

Ex.: Ecrire une équation de la tangente (t) au cercle (c): $(x-8)^2+(y-3)^2=16$. Le point de contacte $T(8;7)$.

Corrigé: Chaque tangente est perpendiculaire au segment $[ST]$. Donc le produit scalaire des vecteurs $\overrightarrow{ST}\cdot\overrightarrow{TM}=0$. S est le centre du cercle, $S(8;3)$, T est le point de contacte, $T(8;7)$, M est un point quelconque de la tangente (t), $M(x;y)$. Alors les coordonnées des vecteurs sont: $\overrightarrow{ST}(0;4), \overrightarrow{TM}(x-8;y-7)$

Leur produit scalaire: $0\cdot(x-8)+4\cdot(y-7)=0$

D'où $4y-28=0\ alors\ (t): y=7$.



Ex.3: Ecrire une équation de la tangente (t) au cercle (c): $x^2-14x+y^2-4y+49=0$. Le point de contacte $T(7;4)$.

Conseil: Il faut premièrement reécrire l'équation du cercle sous la forme canonique.

Résultat: $(x-7)^2+(y-2)^2=4,\ (t): y=4$

Ex.4: Ecrire une équation de la tangente (t) au cercle (c): $x^2-x+y^2-3y-2=0$. Le point de contacte $T(2;3)$.

Résultat: $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{2},\ (t): x+y-5=0$

Ex.5: Ecrire une équation de la tangente (t) au cercle (c): $x^2+2x+y^2-4y+4=0$. Le point de contacte $T(0;2)$.

Résultat: $(x+1)^2+(y-2)^2=1,\ (t): x=0$

Ex. 1

a) $A(2,3), B(-1,0)$

• $K=\frac{A+B}{2}=\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$

• $\overrightarrow{AB}=B-A=(-3,-3)$

$=\sqrt{(-3)^2+(-3)^2}=\sqrt{18}:2=\frac{\sqrt{18}}{2}$

$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{18}}{2}\right)^2$

$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{18}{4}$

$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{2}$

ou

$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM}=0$

$\overrightarrow{AM}=M-A=(x-2; y-3)$

$\overrightarrow{BM}=M-B=(x+1, y-0)$

$(x-2)\cdot(x+1)+(y-3)\cdot(y-0)=0$

$x^2-2x+x-2+y^2-3y=0$

$x^2-x+y^2-3y-2=0$

$\left(x^2-x+\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)-\frac{1}{4}+\left(y^2-3y+\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)-\frac{9}{4}-2=0$

$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{2}$

b) $A(-5,4), B(-1,-5)$

• $L=\frac{A+B}{2}=\left(-3,-\frac{1}{2}\right)$

• $\overrightarrow{AB}=B-A=(4,-9)$

$=\sqrt{16+81}=\sqrt{97}:2=\frac{\sqrt{97}}{2}$

$(x+3)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{97}}{2}\right)^2$

$(x+3)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{97}{4}$

Ex. 2

$A(-1,3), B(0,2), C(-1,1)$

médiatrice BC:

$M_{BC}=C-B=(-1,-1)$ $K=\frac{C+B}{2}=\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$

$-x-y+c=0$

$-1\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-1\cdot\left(\frac{3}{2}\right)+c=0$

$\frac{1}{2}-\frac{3}{2}+c=0$

$c=1$

$-x-y+1=0\ /\cdot(-1)$

$x+y-1=0$