

DEVOIR SURVEILLÉ DE MATHÉMATIQUES
CONTRÔLE COMMUN N°1
Exercice n°1
(sur 7,75 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2+5x+3}{x-1}$ sur l'intervalle $I = [-8; 1[\cup]1; 8]$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm .

- 1) a) Déterminer : $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.
 b) En déduire les équations des asymptotes éventuelles à (C) .
- 2) a) Montrer que la fonction dérivée de f est donnée par $f'(x) = \frac{x^2-2x-8}{(x-1)^2}$.
 b) Étudier les signes de f' . En déduire les variations de f et dresser son tableau de variations sur I .
- 3) a) Déterminer une équation de la tangente (h) à la courbe (C) au point H d'abscisse $x = 4$.
 b) Déterminer une équation de la tangente (t) à la courbe (C) au point T d'abscisse $x = -1$.
- 4) Recopier le tableau suivant et compléter le (les valeurs seront arrondies au dixième):

x	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$																	

- 5) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses.
- 6) Tracer la courbe (C) , les asymptotes et les tangentes (h) et (t) dans le repère donné.

Exercice n°2

(sur 3 points)

Etudier la limite de la fonction f au point a indiqué. En déduire l'existence ou non d'une asymptote.

a) $f(x) = \frac{x^2+3x-10}{x^2-3x+2}$; $a = 2$

b) $f(x) = \frac{x^2+3x-10}{x^2-3x+2}$; $a = 1$

c) $f(x) = \frac{x^2+3x-10}{x^2-3x+2}$; $a = -5$

Exercice n°3

(sur 5,75 points)

Partie A

Résoudre les équations et inéquations suivantes

a) $(\log_2 x)^2 + 3 \log_2 x - 10 = 0$

b) $\log(x - 2) - \log(4 - x) = 1 - \log(13 - x)$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} > \frac{9}{2}$

Partie B

Tracer les courbes représentatives des fonctions suivantes dans le même repère :

$$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-3} + 2 \quad \text{et} \quad g(x) = -\ln(x + 2).$$

Exercice n°4

(sur 3,5 points)

Pour le concert de Noël l'école a réservé une salle de 500 places (une place correspond à un billet). Les dépenses du concert sont prévues à 12 000 couronnes (CZK).

D'après les années précédentes, l'école sait que si le prix d'un billet est de 100 couronnes, tous les billets seront vendus. Si on augmente le prix d'un billet de x couronnes, le nombre de billets vendus descendra à $500 - 2x$.

- 1) Montrer que le profit du concert est donné par la fonction définie sur $[0 ; 250]$ par :

$$p(x) = -2x^2 + 300x + 38000.$$

- 2) Déterminer $p'(x)$.
- 3) Étudier les signes de $p'(x)$ et dresser le tableau de variations de p sur $[0 ; 250]$.
- 4) Pour quelle valeur de x , la fonction p atteint son maximum ? Préciser la valeur du maximum.
- 5) En déduire le prix du billet pour que le profit soit maximal. Comparer le profit maximal avec le profit dans le cas où le prix du billet reste 100 couronnes et préciser la différence.

Barème

Exercice	Question	Points
1	1a	0,5+05
	1b	0,5
	2a	1
	2b	1,5
	3a	0,25
	3b	0,5
	4	1
	5	0,5
	6	1,5
Total		7,75
2	1a	1
	1b	1,5(0,5g+0,5d+0,25n'existe pas+0,25as)
	1c	0,5
Total		3
3	Aa	1
	Ab	2
	Ac	1,5
	B	1,25
Total		5,75
4	1	1
	2	0,5
	3	0,75
	4	0,5
	5	0,75
Total		3,5